| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | Всего |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| НИЧЕГО НЕ ПИШЕМ ЗДЕСЬ | | | | | | | |
| НИЧЕГО НЕ ПИШЕМ ЗДЕСЬ | | | | | | | |

САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКАЯ МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ОЛИМПИАДА НАЧАЛЬНОЙ ШКОЛЫ 2015

№__________ Класс_________ Школа_____________

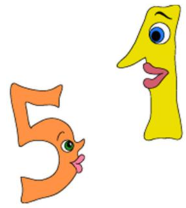
Фамилия _________________ Имя________________

**3 класс, вариант В**

**3В**

***Бланк участника Санкт-Петербургской математической олимпиады 2015***

**Памятка участника:** ● задачи можно решать в любом порядке ● писать нужно ручкой, зачеркивать и исправлять можно, главное – чтобы написанное было понятно ● если сомневаетесь в ответе и решении, но других нет, все равно запишите ● когда требуется только ответ, пояснения давать не надо ● когда требуется объяснение, постарайтесь его записать – это даст больше баллов ● если места на бланке не хватает, пишите на дополнительном листе ● дополнительный лист и черновик можно попросить прикрепить к работе, но зачеркните лишнее и напишите номера задач около каждого решения ● если задача не получается, не сидите над ней слишком долго ● проверяйте свои ответы, подставив их в условие ● ВСЕМ УДАЧИ !!!



1. Запишите наибольшее и наименьшее возможное семизначное число, состоящее из семи различных цифр.

   Ответ: наибольшее число 9876543,

   наименьшее число 1023456.

**2.** 12 мышек подружились с несколькими кошками и затеяли игру в кошки-мышки. За время игры каждая мышка поймала по 4 кошки, а каждая кошка оказалась поймана 3 раза. Сколько кошек подружились с мышками?

   **Ответ**: 16 кошек.

   **Решение**: Всего мышки поймали кошек 12 х 4 = 48 раз. Известно, что каждая кошка была поймана 3 раза, и значит, их на самом деле втрое меньше – 16 кошек.

3. В прямоугольнике 7х3 вырезали 3 клеточки № 9, 11, 13 (см. рисунок). Разрежьте полу-чившуюся фигуру на прямоугольники по клеточкам так, чтобы получилось как можно меньше квадратиков размером 1х1 клеточка. (Вы можете обвести прямоугольники на рисунке или выписать номера клеток, из которых они состоят).

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 |
| 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 | 21 |

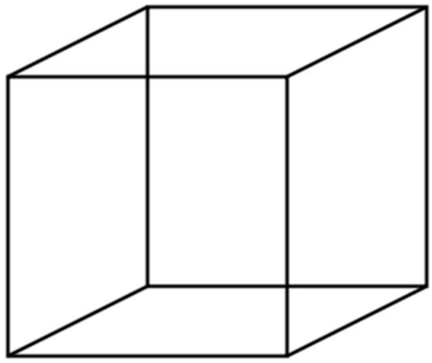
   **Ответ**: можно добиться, чтобы не было ни одного квадратика 1х1.

   **Решение**: например, такие прямоугольники: 1-8, 5-12, 10-17, 14-21, 2-3-4, 6-7, 15-16, 18-19-20.

4. Дед Пантелей решил наколоть дров. С маленького чурбана у него получалось 3 полена, со среднего – 5, а с большого – 7. Всего у деда было 99 чурбанов. Могло ли получиться 400 поленьев, когда он их все расколол?

**Решение**: такого не могло быть, потому что сумма 99 нечетных слагаемых (3, 5, 7) обязательно будет нечетной, а 400 – четно и, значит, не может быть получено.

5. На ребрах куба как-то уселись мухи в таких количествах: 1, 1, 1, 2, 2, 2, 3, 3, 3, 4, 4, 4. Оказалось, что в каждой вершине сидит столько паучков, сколько мух в сумме на трех ребрах, сходящихся в этой вершине. Какое наибольшее количество паучков может быть на всех вершинах вместе? Обоснуйте, почему это значение наибольшее.



**Ответ**: 60 паучков.

**Решение**: заметим, что одна муха на любом ребре прибавляет двух паучков – в каждой из двух вершин, соединенных этим ребром. Тогда общее количество паучков – это удвоенное общее количество мух и оно не меняется от расстановки мух. Остается посчитать общее количество мух и удвоить его: (1+1+1+2+2+2+3+3+3+4+4+4) x 2 = 60.

6. Буквы А, О, У, И, Ы, Э участвовали в соревновании по сольному пению. Известно, что одна буква заняла первое место, одна буква – второе место и две буквы – третье. Остальные буквы не получили призовых мест. Сколько есть способов распределить между буквами призовые места?


**Ответ**: 180 способов.

**Решение**: на первое место можно выбрать любую букву – это 6 способов. Для каждого из этих способов есть 5 способов выбрать одну букву на второе место. Получаем, что для выбора букв на первое и второе место есть всего 6х5 = 30 способов. На третье место нужно выбрать две буквы из оставшихся четырех: есть 4 способов выбрать первую из них, для каждого из них есть 3 способа добавить вторую – итого 4х3 = 12 способов. Но так мы посчитали каждую пару по два раза (второй раз – её же в обратном порядке). Поэтому пар на третье место 12:2 = 6 способов. Итого, для каждого из 30 способов на первое и второе место, есть по 6 способов выбрать пару на третье место. Получаем 30 x 6 = 180 способов.

7. Алису на планете Шелезяка встречали 20 роботов – маленькие, средние и большие. У некоторых из них 3 глаза, у некоторых 7, а у некоторых 9. Алиса утверждает, что среди них нет трех роботов одинаковых по размеру и количеству глаз. Правда ли это?

**Ответ**: это неверно.

**Решение**: предположим, что трех одинаковых нет. Тогда трехглазых не более двух каждого размера, и всего трехглазых не более 6. Так же не более 6 семиглазых и не более 6 девятиглазых. Тогда всех вместе не более 18, а по условию их 20. Получаем противоречие, и значит, предположение было неверным, и какие-то три одинаковые есть.