Санкт-Петербургская

математическая олимпиада 2019



Решения задач

2 класс

1. В лесу живут 15 весёлых белок — все они либо играют в догонялки, либо кидаются друг в друга шишками, либо и то, и другое сразу. Оказалось, что только 4 белки не играют в догонялки и что 5 белок играют только в догонялки. А сколько белок одновременно играют в догонялки и кидаются шишками?



Ответ: 6 белок. **Решение:** четыре белки не играют в догонялки, значит, они только кидаются шишками. Пять – играют только в догонялки. Остальные 15 - 4 - 5 = 6 делают и то, и другое.

2. Волк встретил Красную Шапочку и побежал к домику бабушки по узенькой тропинке (тонкая линия), а Красная Шапочка пошла по широкой дороге (жирная линия). Сколько километров прошла Красная Шапочка? Сколько километров пробежал Волк?



Ответ: 18 км. **Решение:** это два равных пути, поскольку по горизонтали Волк прошёл тот же путь, что и КШ, и по вертикали — также. 2 + 7 + 5 + 4 = 18 км.

3. У эльфа Тилли-Вилли 7 красных носков, 6 синих, 12 фиолетовых и 27 — зеленых. Каждый день он надевает два чистых носка, а вчерашние бросает в корзину на стирку! Может ли Тилли-Вилли до стирки поносить все носки, если каждый день он обязательно надевает носки разных цветов? Если может, покажите как; если нет, объясните почему.

Ответ: не может. **Решение:** каждый из зеленых носков Тилли-Вилли надевает вместе с каким-то из 7 + 6 + 12 = 25 носков остальных цветов. Значит, он сможет надеть не более 25 зеленых носков, а их 27.

4. Возраст Барабашки записывается числом из четырёх цифр. Об этом числе известно следующее: 1) все цифры различные, 2) если зачеркнуть первую и последнюю цифры, то получим наибольшее из двузначных чисел, сумма цифр которых равняется 13; 3) последняя цифра больше первой на 7. Сколько лет Барабашке?

Ответ: 1948 лет. **Решение:** вторая и третья цифра образуют число 94 — это наибольшее двузначное число, сумма цифр которого равна 13. Больше получить нельзя, поскольку в разряде десятков и так находится 9. Первая и последняя цифры могут быть только 0 и 7, или 1 и 8, или 2 и 9 (другие пары не дают разность 7). Поскольку число не может начинаться с 0, не годится первая пара. Поскольку 9 уже использована, не годится пара 2 и 9. Остается только пара 1 и 8.

5. Чтобы победить дракона, ему нужно нанести три ранения разным оружием. В отряде есть гном Гимли с топором, эльфы Миа и Риа с луками, люди Ким и Бим с мечами и хоббит Тук с кинжалом. Сейчас они выбирают команду из троих, которые постараются справиться с драконом! Сколько разных команд можно предложить?

Ответ: 12 команд. **Решение:** если без хоббита, то вариантов $1 \cdot 2 \cdot 2 = 4$; если без гнома, то $2 \cdot 2 \cdot 1 = 4$, без эльфов $-1 \cdot 2 \cdot 1 = 2$, без людей $-1 \cdot 2 \cdot 1 = 2$. Итого вариантов 4 + 4 + 2 + 2 = 12.

6. В зоопарк привезли 18 животных: пятнистые — жирафы и леопарды, полосатые — зебры и тигры. Полосатых столько же, сколько жирафов, а хищников на 2 меньше, чем зебр. Сколько каких животных?

Ответ: 2 леопарда, 2 тигра, 6 зебр и 8 жирафов. **Решение:** полосатых столько же, сколько жирафов, значит, вместе их четное количество. Остаются леопарды, значит их четное количество: 2, 4, 6, 8, 10 или 12. Поскольку хищников на 2 меньше, чем зебр, то леопардов не более 6, и нужно проверить только 3 варианта: 2, 4 или 6 леопардов.

- Если леопардов 6, то остальных животных 12. 6 жирафов и зебр меньше 6 не годится.
- Если леопардов 4, то остальных животных 14. 7 жирафов и 7 зебр с тиграми, значит, зебр не больше 6, а хищников не меньше 5 не годится.
- Вариант с 2 леопардами годится.
- 7. Все жители острова рыцарей и лжецов разбились на пары. Все рыцари говорят только правду, а лжецы всегда лгут. Каждую пару спросили: «Сколько в вашей паре лжецов?» В каждой паре отвечал кто-то один. В 15 парах дали ответ: «Среди нас один лжец». В остальных 20 парах дали ответ: «Мы оба лжецы». Оказалось, что пар рыцарь-лжец было 27. Сколько лжецов на острове?

Ответ: 43 лжеца. **Решение:** второй ответ («Мы оба лжецы») мог дать только лжец в паре рыцарьлжец. Первый ответ («Среди нас один лжец») даст рыцарь в паре рыцарь-лжец или кто-то из пары лжец-лжец. Значит, пар рыцарь-рыцарь среди них не было. Всего жителей 35 пар = 70 человек. Из них 27 пар рыцарь-лжец, и это дает 27 рыцарей. Других рыцарей нет, значит оставшиеся 43 – лжецы.

8. В трех играх по футболу команда «Утюги» забила 3 гола и пропустила в свои ворота 1 гол. За каждую победу «Утюги» получили 3 очка, за ничью – 1 очко, а за поражение – 0 очков. Сколько очков «Утюги» могли набрать за эти 3 игры? Перечислите все возможные варианты, укажите, как они могли получиться и почему других нет. Пример записи (для какой-то другой команды): 0:1, 2:2, 4:1 – итого 4 очка.

Вариант 1: 7 очков (1:0, 1:0, 1:1). Вариант 2: 6 очков (2:0, 1:0, 0:1). Вариант 3: 5 очков (2:0, 0:0, 1:1). Вариант 4: 4 очка (3:0, 0:0, 0:1). Пояснение: набрать 9 очков она не могла, потому что нужно выиграть 3 матча, значит в каждом забивать хотя бы на 1 гол больше, чем пропускать. Значит команда должна забить как минимум на 3 гола больше, чем пропустить. 8 очков в принципе невозможно за 3 матча. Набрать 3 очка или меньше, то есть програть хотя бы 2 игры, команда не могла, так как тогда она должна пропустить хотя бы 2 гола.