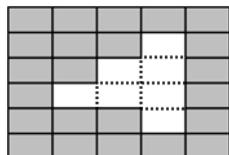


Решения задач отборочного тура

**Задача 1.** В кирпичной стене обнаружили дырку (см. рисунок). Сколько нужно кирпичей, чтобы отремонтировать эту стену?

**Решение.** Достаточно дорисовать линии и посчитать количество получившихся недостающих кирпичей (см. рис.).



7

**Задача 2.** На столе стояли полные, пустые и заполненные наполовину молоком стаканы (см. рисунок). Дядя Фёдор перелил молоко из некоторых стаканов в другие так, чтобы все они стали или пустые, или полные. Затем он выпил содержимое одного из стаканов, а сам стакан поставил на место. Сколько пустых стаканов стало на столе?



4

**Решение.** Было в общей сложности 4 полных стакана молока, и Дядя Фёдор один выпил – осталось три полных. Значит, 4 пустых.

**Задача 6.** Три друга пошли в лес за грибами. Антон собрал корзинку грибов. Игорь собрал корзинку грибов и ещё 2 гриба. Если бы Юра нашёл ещё 3 гриба, то у него была бы полная корзинка. Игорь взял 3 своих гриба и 1 отдал Антону, а 2 – Юре. Как зовут мальчика, у которого теперь больше всех грибов? В каждой корзинке помещается одинаковое количество грибов.

**Решение.** У Игоря была корзинка и 2 гриба. И 3 гриба он отдал. Теперь у Игоря корзинка без 1 гриба. У Юры была корзинка без 3 грибов. 2 гриба ему отдал Игорь. Теперь у Юры тоже корзинка без 1 гриба. А у Антона была целая корзинка и 1 гриб ему отдал Игорь. Теперь у него корзинка и ещё 1 гриб, то есть у него больше всех.

Антон

**Задача 7.** Когда связываешь две верёвочки в одну, то от каждой по 1 см тратится на узел. Верёвку длиной 10 см сначала разрезали на три части, а потом обратно связали кусочки в целую верёвку. Какой длины она получилась?

**Решение.** Чтобы разрезать верёвку на три части, пришлось сделать два разреза, а потом связать два узелка. На каждый узелок ушло по 2 см. Значит, новая верёвка имела длину

$$10 - 2 - 2 = 6 \text{ см.}$$



6

**Задача 8.** Карлсон очень любит сладкое. Каждый день он ест или мороженое, или варенье, или торт. Причём в любые три подряд идущие дня – разное. Малыш помнит, что в минувший понедельник Карлсон ел варенье, а в пятницу – мороженое. Помогите Малышу определить, какую сладость будет есть Карлсон завтра, если сегодня суббота.

**Решение.** Если сегодня суббота, то завтра – воскресенье. Так как в любые три подряд идущих дня Карлсон ест разное, то каждое лакомство он ест через два дня на третий. Значит, поскольку в понедельник он ел варенье, то в следующие за ним четверг и воскресенье он также будет есть его.

Варенье

**Задача 3.** У Кати на полке в ряд стояло пять игрушек. Сестра Кати забрала самую правую игрушку и поменяла местами куклу и мячик. Теперь они стоят так, как показано на рисунке. Какая игрушка вначале стояла посередине?



Кукла

**Решение.** Чтобы вернуть начальное положение, поменяем местами куклу и мячик, и поставим игрушку справа. Тогда посередине будет стоять кукла.

**Задача 4.** Мальчиков зовут ГЛЕБ, ЛЁША, САША, ОЛЕГ и ЛЁНЯ. В именах двух братьев все буквы, кроме одной, одинаковые. Как зовут этих братьев?

**Решение.** Сравнивая попарно буквы во всех именах, можно увидеть, что только имена ГЛЕБ и ОЛЕГ имеют 3 общих буквы.

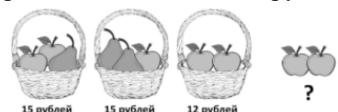
ГЛЕБ и ОЛЕГ

**Задача 5.** В доме, где живёт Вася, 8 этажей и 2 лифта. Один лифт стоял на втором этаже, а другой – на последнем. Вася вызвал лифт на своём этаже. Оба лифта поехали на вызов (они движутся с одинаковой скоростью), и приехали к Васе одновременно. На каком этаже живёт Вася?

**Решение.** Оба лифта проехали равное количество промежутков между этажами. Всего их со 2 по 8 этаж – шесть. Значит, каждый проехал по 3 промежутка. Тогда один лифт оказался на 3 этажа выше:  $2 + 3 = 5$ . А другой – на 3 этажа ниже:  $8 - 3 = 5$ . Следовательно, Вася живёт на 5 этаже.

5

**Задача 9.** Корзинка, яблоко и груша стоят какое-то, возможно разное, количество рублей. Корзинка, два яблока и груша стоят 15 рублей. Корзинка, яблоко и две груши стоят 15 рублей. Корзинка и два яблока стоят 12 рублей. Сколько стоят два яблока?



6

**Решение.** Сравним первую и третью корзинку. В первой на одну грушу больше, и её цена на 3 рубля выше, значит, груша стоит 3 рубля. Сравним первую и вторую корзинку. Они отличаются только одним фруктом в составе, а цена у них одинакова. Значит, груша и яблоко имеют одну цену. Как мы выяснили выше – 3 рубля. Тогда два яблока стоят 6 рублей.

**Задача 10.** Аня созвала 5 друзей, и они все вместе стали угощаться сладостями. 5 человек отведали торт. Четверо съели по пирожному. Каждый хоть что-нибудь съел, а некоторые из них (в том числе, и сама Аня) попробовали и то, и другое! Сколько оказалось таких счастливчиков среди друзей Ани?

**Решение.** Всего было 6 человек: Аня и пять её друзей. Так как каждый что-то съел, а торт ели 5 человек, то только пирожное ел  $6 - 5 = 1$  человек. Только торт, соответственно, ели  $6 - 4 = 2$  человека. И то, и другое ели  $6 - (1 + 2) = 3$  человека. Это Аня и двое её друзей.

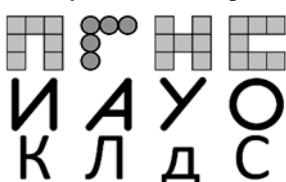
2

Решения задач отборочного тура

**Задача 1.** Найдите в каждой строке букву, которая значительно отличается от остальных букв в своей строке, и запишите их по порядку. Какое слово получилось?

ГОД

**Решение.** Буква Г собрана из кружочеков, в букве О нет отрезков, а буква Д меньше остальных в своей строке.



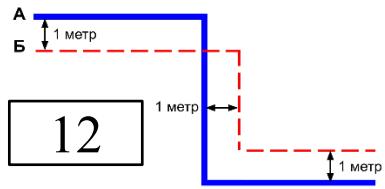
**Задача 2.** У бабушки есть 7 больших пустых шкатулок и 5 маленьких. Внучок убрал маленькие шкатулки в большие. Сколько осталось пустых больших шкатулок, если в 2 большие он убрал по 2 маленькие?

4

**Решение.** В двух шкатулках по 2 маленькие шкатулки, то есть использовали  $2 \times 2 = 4$  маленькие шкатулки. Из 5 маленьких шкатулок осталась не убрана  $5 - 4 = 1$  шкатулка, которая займёт ещё одну большую шкатулку. Остаются пустыми  $7 - 2 - 1 = 4$  больших шкатулки.

**Задача 3.** Первый муравей прополз по всей линии А, а второй – по всей линии Б (обе линии показаны на рисунке). Второй муравей прополз 10 метров. Сколько прополз первый муравей?

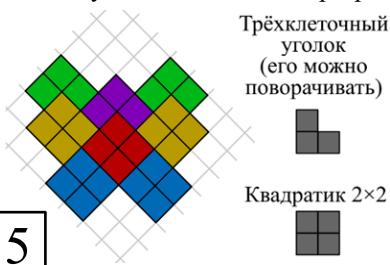
**Решение.** Сумма горизонтальных кусочков у тропинок одинаковая, а вертикальный кусочек тропинки Б на 1 метр короче сверху и на 1 метр короче снизу, чем у тропинки А. Значит, тропинка А на 2 метра длиннее. Получаем  $10 + 2 = 12$  метров.



12

**Задача 4.** Егор вырезал из фигуры на рисунке по линиям клеток три трёхклеточных уголка, а остальное разрезал на квадратики  $2 \times 2$  без остатка. Сколько получилось квадратиков?

**Решение.** Всего у фигуры 29 клеток. Когда вырезали 3 уголка, осталось  $29 - 3 - 3 - 3 = 20$  клеток, а это



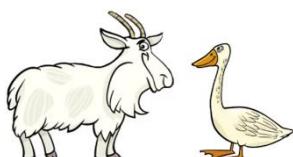
5

5 квадратиков по 4 клетки, поскольку  $5 \times 4 = 20$ . Пример разрезания на рисунке.

**Задача 5.** На лугу гуляют гуси и козы. Всего у них 16 ног, а гусей на два больше, чем коз. Сколько на лугу гусей?

4

**Решение.** Пусть только 1 коза, тогда гусей на 2 больше – это 3. Тогда всего ног  $4 + 2 + 2 + 2 = 10$ , маловато. Если 2 козы, то гусей будет 4. Считаем ноги:  $4 + 4 + 2 + 2 + 2 + 2 = 16$  – подходит. Если коз будет 3 или больше, то всего ног будет больше 16.



**Задача 6.** Петя знает, сколько разных цветов у его носков в ящике комода. Ему нужно достать пару одинакового цвета, но в комнате темно. Тогда умный Петя подумал и понял, что придётся достать хотя бы 7 носков, чтобы среди них гарантированно оказалась пара одноцветных носков. Сколько цветов у Петиных носков?

**Решение.** Если бы Петя вытащил только 6 носков, они могли оказаться все разных цветов, значит, разных цветов хотя бы 6. Если цветов 7 или более, то может оказаться, что Петя вытянул 7 носков разных цветов, но это не так по условию. Значит, цветов ровно 6.

6

**Задача 7.** 7 хомяков и 3 морские свинки весят 16 фунтов, а 3 хомяка весят как свинка. Сколько фунтов весит одна свинка? (Все хомяки весят одинаково, и все свинки весят одинаково).

3



**Решение.** Заменим на весах 3 свинки на  $3 + 3 + 3 = 9$  хомяков: 7 хомяков + 9 хомяков = 16 хомяков = 16 фунтов, тогда 1 хомяк = 1 фунт. Тогда свинка = 3 хомяка = 3 фунта.

**Задача 8.** У Пети на 6 пирожков больше, чем у Ромы. Если Петя передаст Роме столько пирожков, сколько уже есть у Ромы, то у них станет поровну пирожков. Сколько пирожков было у Пети?

9

**Решение.** Чтобы стало поровну, Петя должен отдать половину из 6 пирожков Роме:  $6 : 2 = 3$ . По условию, это количество равно тому, что уже есть у Ромы. Значит, у Ромы было 3 пирожка. У Пети было на 6 больше:  $3 + 6 = 9$  пирожков.

**Задача 9.** Четыре гнома принесли Белоснежке туфли, серёжки, шарф и перчатки. Белоснежка все это хочет надеть по очереди, причём шарф она хочет надеть после серёжек (можно не сразу после серёжек). Сколько способами можно надеть эти предметы?

12

**Решение.** Упорядочим сначала шарф (Ш) и серёжки (С): С Ш \_\_, С \_\_ Ш \_\_, \_\_ С \_\_ Ш \_\_, \_\_ \_\_ С \_\_ Ш \_\_ – всего 6 способов. Для каждого из этих способов остальные 2 предмета можно расположить двумя способами. Получаем всего  $6 \times 2 = 12$  вариантов.

**Задача 10.** В классе 30 детей. Ровно 10 детей не смотрели «Смешариков», ровно 6 детей не смотрели «Лунтика», и ровно 4 детей не смотрели ни того, ни другого мультика. Сколько детей смотрели оба мультфильма?

18



**Решение 1.** Найдём, сколько смотрели «Смешариков»:  $30 - 10 = 20$ . Смотрели «Лунтика»:  $30 - 6 = 24$ . Хотя бы один мультфильм смотрели  $30 - 4 = 26$ . Тогда, если бы никто не смотрел оба мультфильма, то детей, смотревших хотя бы один мультфильм, было бы  $20 + 24 = 44$ , а у нас их 26. Значит, оба мультфильма смотрели  $44 - 26 = 18$  детей.

**Решение 2.** 10 детей не смотрели один мультик, а 6 не смотрели другой. Значит,  $10 + 6 = 16$  детей не смотрели один или оба мультика. Но 4 не смотрели оба мультика, значит, остаётся  $16 - 4 = 12$  детей, которые не смотрели один или другой мультик. Всего детей 30, значит, остальные  $30 - 12 = 18$  детей смотрели оба мультика.

## ХII Санкт-Петербургская математическая олимпиада 2025–2026 учебный год

### Решения задач отборочного тура

**Задача 1.** У Маринки в пенале 7 ручек – синие и красные. На уроке русского языка она достала из пенала 4 ручки – 3 синих и одну красную. На математике она достала 5 ручек – 4 красных и одну синюю. Мама купила Маринке ещё две красные ручки и положила в пенал. Сколько теперь красных ручек у Маринки?

**Решение.** Посмотрим, что было до маминой добавки. Из того, что она достала на русском, следует, что синих ручек не менее 3-х. Из того, что было на математике, следует, что красных не менее 4-х. Так как всего ручек 7, то синих ровно 3 и красных ровно 4. Потом мама добавила две, стало 6.

6

**Задача 2.** Эллина написала на гранях кубика цифры от 1 до 6 так, что на противоположных гранях сумма цифр равна 7. Ира стёрла цифры 4, 5, 6. Эллина снова написала их на пустых гранях, но теперь каждая цифра была написана не на той грани, где была раньше. Теперь на грани, противоположной той, где написана 4 – цифра 2. А какая цифра на грани, противоположной той, на которой написана 6?

**Решение.** Были (противоположные) пары 1–6, 2–5, 3–4. Напротив 6 не может быть 1 (у 6 новое место) и не может быть 2 (напротив 2 теперь 4). Значит, напротив 6 теперь 3.

3

**Задача 3.** На доске написано несколько натуральных чисел (не обязательно разных), сумма которых равна 50. Сумма трёх самых больших равна 30, а двух самых маленьких – 9. Сколько чисел написано?

7

**Решение.** Расположим числа в порядке неубывания и разделим числа на три группы: самые маленькие (с суммой 9), самые большие (с суммой 30) и средние (с суммой  $50 - 9 - 30 = 11$ ).

Посмотрим, может ли группа средних чисел состоять из одного числа (оно равно 11). Так как числа из группы самых больших не менее среднего, то их сумма не менее  $11 \cdot 3 = 33$ , а по условию она равна 30, значит, группа средних не может состоять из одного числа.

Может ли средних чисел быть два? Да, например: 4, 5, 5, 6, 9, 10, 11.

Может ли средних чисел быть три или более? Так как сумма самых маленьких равна 9, то одно из них больше или равно 5. Тогда сумма средних не менее 15, а она должна быть 11. Значит, средних чисел не может быть 3 или более.

Таким образом, в группе средних 2 числа, а всего написано  $2 + 2 + 3 = 7$  чисел.

**Задача 4.** Ребятам проводили экскурсию на конфетной фабрике. По окончании каждого разрешили взять 3 конфеты разных наименований. Всего ребятам унесли 2 конфеты «Арктика», 3 – «Белочка», 4 – «Волк и Красная Шапочка», 6 – «Грильяж», 5 – «Джигит» и 10 – «Ералаш». Сколько ребят взяли «Ералаш», но не взяли «Белочку»?



7

**Решение.** Всего конфет 30, каждый взял по 3, значит, ребят – 10. Таким образом, «Белочку» не взяли  $10 - 3 = 7$  человек, при этом «Ералаш» взяли все. Значит, тех, кто взял «Ералаш», но не взял «Белочку» – 7 человек.

**Задача 5.** Однажды Толя оказался в большой компании. Четыре человека были младше его на 2 года, семь человек – старше на 3 года, а оставшиеся три человека – старше на 4 года. Всем вместе (считая Толю) оказалось 190 лет. А сколько лет Толе?

11

**Решение.** Добавим по 2 года тем, кто младше Толи на 2 года. Теперь они с ним одного возраста, а общее количество лет увеличилось на 8 и стало 198. Отнимем по 3 года у тех, кто старше Толи на 3 года и по 4 года у тех, кто старше на 4. Теперь все 15 человек одного возраста (Толиного), а всего вместе им  $198 - 7 \cdot 3 - 3 \cdot 4 = 165$  лет. Значит, Толин возраст равен  $165/15 = 11$  годам.

**Задача 6.** У Маши есть 36 шариков. На каждом из них написана одна цифра: единица на девяти шариках, «2» – тоже на девяти, «3» – на девяти и «4» – тоже на девяти. Маша взяла 4 коробки и положила в них шарики – по 9 штук в каждую. Сумма чисел, написанных на шариках в первой коробке, оказалась равна 15, во второй – 17, в третьей – 22. Маше стало интересно, какие числа написаны на шариках в 4-й коробке. Она вынула из неё первый шарик, посмотрела и отложила. Потом второй, потом третий. А какое число на 4-м шарике, который она вынула?

4

**Решение.** Общая сумма всех чисел, написанных на шариках, равна  $1 \cdot 9 + 2 \cdot 9 + 3 \cdot 9 + 4 \cdot 9 = 90$ . В первых трёх коробках общая сумма чисел на шариках равна  $15 + 17 + 22 = 54$ . Значит, сумма на шариках в 4-й коробке равна  $90 - 54 = 36$ . Представить 36 как сумму 9-ти слагаемых, каждое из которых не более 4-х, можно только как сумму 9-ти четвёрок. Значит, на каждом шарике в 4-й коробке написано число 4.



**Задача 7.** В ряд стояли 8 детей, девочек больше, чем мальчиков. У каждого мешок конфет. Каждый отдал всем тем, кто правее его, по конфете. У всех девочек вместе стало на 15 конфет больше, чем было. А сколько было мальчиков?

**Решение.** Перенумеруем ребят по порядку слева направо. У человека с номером 1 стало меньше на 7 конфет, с номером 2 – на 5 (6 отдал, одну получил), с номером 3 – на 3, с номером 4 – на 1, у 5-го одна прибавилась, у 6-го стало больше на 3, у 7-го – на 5, и у 8-го – на 7. Увеличение числа конфет на 15 возможно для группы с номерами 6, 7, 8 и для группы 4, 5, 6, 7, 8. Так как девочек больше, то подходит только 2-й вариант. Значит, девочек 5, а мальчиков – 3.

3  
Класс

**Задача 8.** У Вовы есть разные машинки, а у Димы – разные солдатики. Они могут совершить обмен одной машинки на одного солдатика 24-мя способами. Как-то Вова потерял одну машинку, и теперь они могут совершить обмен 16-ю способами. Сколько у Вовы было машинок сначала?

**Решение.** Из-за одной потерянной Вовиной машинки пропало 8 возможностей обмена. Это означает, что эту машинку Вова мог обменять по-разному 8 раз, а, значит, у Димы 8 солдатиков. Так как количество возможных обменов равно произведению количеств солдатиков и машинок, то у Вовы было  $24/8 = 3$  машинки.

3

**Задача 9.** У Кости в классе 26 человек, мальчиков больше, чем девочек. Летом Костя с некоторыми мальчиками-одноклассниками поехал на 5 дней в деревню. Было жарко, и каждый успел искупаться в речке. В первый день купались 10 человек, во второй – 9, в третий – 7, в четвёртый – 2, а в пятый – один человек. никто не купается больше одного раза в день. Все, кроме Кости, искупались одинаковое количество раз, а Костя – меньше всех. Сколько человек поехали в деревню (вместе с Костей)?

10 или 15

**Решение.** В первый день купались 10 человек, значит, ребят без Кости не менее 9-ти. Всего купаний было  $10 + 9 + 7 + 2 + 1 = 29$ . Значит, 4 или более раз ребята купаться не могли (даже если без Кости их 9, то, так как  $9 \cdot 4 = 36$ , получаем уже более 29-и купаний). Возможны, таким образом, два случая:

А. Все, кроме Кости, купались два раза, а Костя – один.

Б. Все, кроме Кости, купались три раза, а Костя – один или два.

В случае А получаем, что без Кости было 28 купаний, и, тем самым, ребят 14, а Костя в этой компании 15-й. В случае Б получаем, что без Кости было 27 или 28 купаний. Так как каждый из ребят искупался три раза, то подходит только 27 и, значит, ребят было 9, а Костя в этой компании – 10-й.

13

**Задача 10.** Вдоль прямой дороги стоят Вася, Аня, Боря и Яна. Боря правее Ани на 46 метров, Вася правее Бори на 23 метра. Вася самый правый. Сумма расстояний от Яны до Ани, от Яны до Бори и от Яны до Васи равна 102 метрам. Чему равно расстояние от Яны до Ани?

**Решение.** Для Яны возможны 3 ситуации:

А. Яна левее Ани.

Б. Яна между Аней и Борей.

В. Яна между Борей и Васей.

Ситуация А невозможна, т.к. тогда расстояние от Яны до Бори более 46 метров, от Яны до Васи более, чем  $46 + 23 = 69$ , да ещё сколько-то до Ани, всё вместе более  $46 + 69 = 115$  метров, а нам надо 102.

Ситуация В тоже невозможна, т.к. в этом случае сумма расстояний от Яны до Бори и Васи 23 метра, от Яны до Ани не более, чем  $46 + 23 = 69$  метров, а вместе не более, чем 92 метра.

Рассмотрим ситуацию Б. Сумма расстояний от Яны до Ани и Бори равна 46, от Яны до Васи – 23 и расстояние от Яны до Бори. Значит, расстояние от Яны до Бори равно  $102 - 46 - 23 = 33$  метра. Значит, расстояние от Яны до Ани равно  $46 - 33 = 13$  метров.

# ХII Санкт-Петербургская математическая олимпиада

## 2025–2026 учебный год

4

Класс

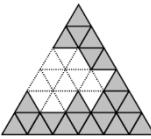


680

**Задача 1.** Петя сложил большой треугольник из маленьких треугольных карточек, а кот Пушок смахнул несколько карточек хвостом. Сколько карточек смахнул Пушок?

**Решение.** Можно увидеть, что большой треугольник был сложен из  $1 + 3 + 5 + 7 + 9 + 11 = 36$  карточек. Далее, по рисунку посчитать, что осталось 23 карточки. Значит, Пушок смахнул  $36 - 23 = 13$  карточек (см. рис.).

13



**Задача 2.** Номер телефона Марка состоит из семи различных цифр, расположенных по возрастанию. Причём четвёртая цифра равна произведению первых трёх. По какому номеру телефона нужно звонить Марку?

**Решение.** Произведение трёх различных цифр может быть другой цифрой, только если это 1, 2 и 3 или 1, 2 и 4. Во втором случае получаем, что четвёртая цифра 8, больше её только одна цифра – 9, а нужно три различных. В первом же случае получается, что номер телефона 1236789.

1236789

**Задача 3.** Сегодняшняя дата 14.11.25 красива тем, что  $14 + 11 = 25$ . Сегодня пятница. В какой день недели наступит следующая дата такой же красоты?

**Решение.** В ноябре больше не будет красивой даты, так как увеличение первого слагаемого даст нам сумму больше 25. В декабре есть число 13, которое вместе с номером месяца даст нам нужную сумму. Значит, ближайшая красавая дата 13.12.25, через 29 дней. Сегодня пятница. В неделе 7 дней.  $29 = 4 \cdot 7 + 1$ . Следовательно, это будет суббота.

Суббота

**Задача 4.** У Буратино в театре «Молния» 40 зрительских мест. Мест в одном ряду в партере столько же, сколько в партере рядов, и мест в ложе столько же, сколько лож. Известно, что рядов в партере больше, чем лож. На сколько?

**Решение.** Из условия понятно, что количество мест в партере – квадрат натурального числа, и количество мест во всех ложах – тоже. Таким образом, 40 – сумма двух квадратов. Выпишем все квадраты, не преувеличивая: 40: 1, 4, 9, 16, 25, 36. Нетрудно заметить, что 40 единственным образом представляется в виде суммы квадратов: 36 + 4. Так как рядов в партере больше, чем лож, то рядов 6, а лож 2. Итак, рядов больше на 4.

**Задача 5.** Лерочка выписала все трёхзначные числа, у которых сумма первых двух цифр равна сумме последних двух цифр. Сколько времени она на это потратила, если на выписывание одной цифры она тратит 2 секунды? Ответ дайте в секундах.

**Решение.** Средняя цифра может быть любой, а первая цифра совпадает с последней. Получается, что Лерочка выписала  $9 \cdot 10 \cdot 1 = 90$  чисел. В каждом по 3 цифры. Значит, всего Лерочка потратила  $90 \cdot 3 \cdot 2 = 540$  секунд.

540

**Задача 6.** Учёный Кот умеет считать в уме. Если ему сказать число, то Кот либо умножит его на 2, либо прибавит к нему 3. После этого получившийся результат он либо разделит на 3, либо уменьшит на 4, и сообщит, что получилось в конце. Петя загадал целое число и называл его Коту четыре раза, Кот каждый раз в ответ выдавал разные числа: сначала 5, потом 8, потом 3. А какое число Кот назвал в четвёртый раз?

**Решение.** Чтобы понять, какое число получилось в четвёртый раз на выходе, нужно определить, какое число загадал Петя. Рассмотрим, из каких чисел на старте могли получиться 5, 8 и 3 в конце.

A. Если на выходе 5, и мы знаем, что последним шагом либо было «–4», либо «: 3», значит, на предыдущем шаге было (выполняем обратные действия) либо  $5 + 4 = 9$ , либо  $5 \cdot 3 = 15$ . Найдём, из каких чисел можно на первом шаге получить эти. Умножением целого числа на 2 их нельзя получить, значит было «+3», тогда на выходе могло быть либо  $9 - 3 = 6$ , либо  $15 - 3 = 12$ . То есть 5 на выходе получается, если загадано 6 или 12.

B. Если на выходе 8, то, выполняя обратные действия, на предыдущем шаге было либо  $8 + 4 = 12$ , либо  $8 \cdot 3 = 24$ .

1. Для 12 на предыдущем шаге было либо « $\times 2$ », либо «+3», значит на входе могло быть либо  $6 = 12 : 2$ , либо  $9 = 12 - 3$ .

2. Для 24 на входе могло быть  $12 = 24 : 2$ , либо  $21 = 24 - 3$ .

Таким образом, 8 на выходе получается, если загадано 6, 9, 12 или 21.

B. Если на выходе 3, то на предыдущем шаге было либо  $3 + 4 = 7$ , либо  $3 \cdot 3 = 9$ . Умножением целого числа на 2 эти числа нельзя получить, значит было «+3», тогда на входе могло быть либо  $7 - 3 = 4$ , либо  $9 - 3 = 6$ . То есть 3 на выходе получается, если загадано 4 или 6.

Для всех трёх конечных вариантов общее стартовое число 6. Значит, его задумал Петя. Из него на выходе могут получиться:  $(6 + 3) - 4 = 5$ ,  $(6 + 3) : 3 = 3$ ,  $(6 \cdot 2) - 4 = 8$ , тогда ещё один вариант действий, которого ещё не было – это  $(6 \cdot 2) : 3 = 4$ .

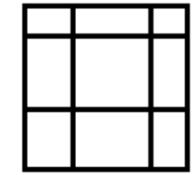
4



4

**Задача 7.** Катя разрезала свою ленточку на 20 равных кусков. Если бы она разрезала её на 17 равных кусков, то каждый кусок был бы длиннее на 6 см. Какой длины была Катина ленточка? В ответе укажите длину в сантиметрах.

**Решение.** Так как, при разрезании ленточки на 17 кусков, каждый кусок увеличивается на 6 см, то  $17 \cdot 6 = 102$  см – длина трёх кусков, которые получаются при разрезании ленточки на 20 кусков. Тогда длина всей ленточки равна  $102 : 3 \cdot 20 = 680$  см.



49

**Задача 8.** В квадрате провели четыре разреза от края до края: два вертикальных и два горизонтальных. Квадрат при этом распался на девять прямоугольников. Сумма их периметров равна 84 см. Чему была равна площадь исходного квадрата?

**Решение.** Длина вертикального и горизонтального разреза равна стороне квадрата. Когда мы вычисляем сумму всех периметров прямоугольников, сторону квадрата мы складываем 12 раз. Следовательно, сторона квадрата равна  $84 : 12 = 7$  см, тогда площадь равна  $7 \cdot 7 = 49$  кв.см.



1200

**Задача 9.** Лодка плывёт по реке от деревни до лагеря 3 часа, а обратно 2. Таня плыла в лодке из деревни в лагерь и у мельницы уронила в речку мячик, который приплыл в деревню, когда Таня приплыла в лагерь. На каком расстоянии в метрах находится мельница от деревни, если от деревни до лагеря по реке – 6000 метров?

**Решение.** Скорость лодки при движении против течения реки  $6 : 3 = 2$  км/ч. При движении по течению:  $6 : 2 = 3$  км/ч. Так как скорость по течению – это скорость лодки в стоячей воде плюс скорость реки, а скорость лодки против течения – это скорость лодки в стоячей воде минус скорость течения реки, то скорость течения реки, а значит, и скорость мячика, полкилометра в час. Она в 4 раза меньше скорости лодки, плывущей против течения. Значит, пока мячик проплыл расстояние от мельницы до деревни, лодка, плывущая против течения, проплыла четыре таких расстояния. То есть расстояние от деревни до лагеря равно пяти расстояниям от деревни до мельницы. Тогда расстояние от деревни до мельницы равно  $6000 : 5 = 1200$  метров.



14

**Задача 10.** В кубе  $3 \times 3 \times 3$  в каждом кубике  $1 \times 1 \times 1$  сидит лягушка или жаба. Лягушки всегда говорят правду, а жабы всегда лгут. Каждая из них сказала: «У меня есть соседка жаба!» Какое наибольшее количество жаб могло быть среди них?

(Соседки имеют общую грань.)

**Решение.** Разобьём куб на 13 параллелепипедов  $2 \times 1 \times 1$  и один кубик  $1 \times 1 \times 1$  – на левом рисунке изображено, как разбить один слой  $3 \times 3 \times 1$  на 4 параллелепипеда  $2 \times 1 \times 1$  и один белый кубик  $1 \times 1 \times 1$ , а из оставшегося белого параллелепипеда  $3 \times 1 \times 1$  вырезаем 13-й параллелепипед  $2 \times 1 \times 1$ . В каждом из них может сидеть не более чем одной жабы, иначе жаба скажет правду. Значит, жаб не более чем  $13 + 1 = 14$ . 14 жаб может быть: 8 – в угловых кубиках куба  $3 \times 3 \times 3$  и 6 – в центральных на каждой грани (см. правую картинку, кубики с жабами – чёрные).

